

Discutir el siguiente sistema de ecuaciones y, si es posible, resolverlo:

$$x + y + z = 0$$

$$y + z = 2$$

$$y + 2z = a$$

Resolución:

Se trata de un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas dependiente del parámetro a . (Observa que al aparecer el parámetro únicamente en los términos independientes, el ejercicio es bastante sencillo)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & a \end{array} \right) \xrightarrow{F3=F3-F2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & a-2 \end{array} \right)$$

Como se ve, el rango de la matriz de coeficientes es máximo, 3 y el sistema es compatible determinado, independientemente el valor que tenga a . Como ya tenemos la matriz triangulada, directamente despejamos:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ y + z = 2 \\ z = a - 2 \end{array} \right\} \rightarrow z = a - 2 \quad y = 4 - a \quad x = -y - z = -4 + a - a + 2 = -2$$

y la solución son todos los puntos de la forma: $(-2, 4 - a, a - 2)$