

Clasificar el siguiente sistema de ecuaciones y, caso de ser posible, resolverlo:

$$\begin{cases} x - y + 3z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + 2z = 5 \end{cases}$$

*Resolución:*

Empezaremos discutiendo el sistema empleando el Teorema de Rouché-

Fröbenius. La matriz del sistema es  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  y la matriz ampliada es

$$A^* = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 5 \end{array} \right).$$

Vamos a calcular los rangos

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_2 = F_2 - F_1 \\ F_3 = F_3 - 2F_1}]{} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & -1 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right). \text{ Est\aa claro que el}$$

$r(A) = r(A^*) = 2 < 3$ , luego estamos ante un sistema compatible, aunque como no es m\aximo es compatible indeterminado. Resolvemos

$$\left. \begin{array}{l} x - y + 3z = 3 \\ 3y - 4z = -1 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 3 - 3z \\ 3y = 4z - 1 \end{array} \right\} \rightarrow y = \frac{4z - 1}{3} \rightarrow x = y + 3 - 3z = \frac{8 - 5z}{3}$$

y de esta forma, la soluci3n son todos los puntos de la forma:

$$\left( \frac{8 - 5\mu}{3}, \frac{4\mu - 1}{3}, \mu \right)$$