

Las ecuaciones de los lados de un cuadrilátero son:

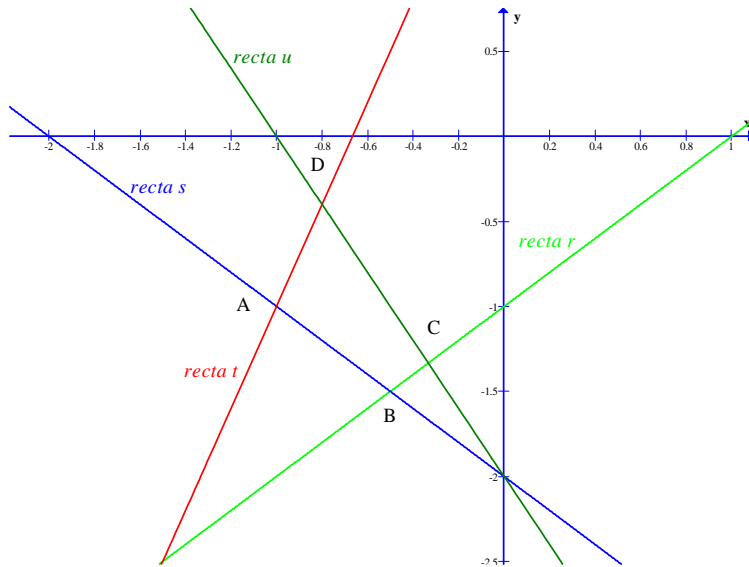
$$r: x - y - 1 = 0$$

$$s: x + y + 2 = 0$$

$$t: y = 3x + 2$$

$$u: 2x + y + 2 = 0$$

Halla las ecuaciones de sus diagonales y su punto de intersección.



Para resolver este problema nos puede ayudar representar gráficamente las rectas dadas.

Así tendremos que

$$A = t \cap s \quad C = r \cap u$$

$$B = r \cap s \quad D = t \cap u$$

$$A = t \cap s \rightarrow \begin{cases} y = 3x + 2 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\{x + 3x + 2 + 2 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow y = -1$$

$$B = r \cap s \rightarrow \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow 2x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{-3}{2}$$

$$C = r \cap u \rightarrow \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow 3x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \rightarrow y = \frac{-4}{3}$$

$$D = t \cap u \rightarrow \begin{cases} y = 3x + 2 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow 2x + 3x + 2 + 2 = 0 \rightarrow x = -\frac{4}{5} \rightarrow y = \frac{-2}{5}$$

Las diagonales son las rectas que unen los vértices opuestos, así tendremos que calcular las ecuaciones de las rectas que unen los puntos D y B por un lado y A y C por otro. Utilizamos la ecuación de la recta que pasa por dos puntos:

Por  $D\left(\frac{-4}{5}, \frac{-2}{5}\right)$  y por  $B\left(\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ , la ecuación será:  $\frac{x + \frac{4}{5}}{\frac{-1}{2} + \frac{4}{5}} = \frac{y + \frac{2}{5}}{\frac{-3}{2} + \frac{2}{5}}$  y haciendo

las operaciones correspondientes  $y = -\frac{11x+10}{3}$ .

Por  $A(-1,-1)$  y por  $C\left(\frac{-1}{3}, \frac{-4}{3}\right)$ , la ecuación será:  $\frac{x+1}{\frac{-1}{3}+1} = \frac{y+1}{\frac{-4}{3}+1}$  y haciendo las

operaciones de igual forma:  $y = -\frac{3+x}{2}$

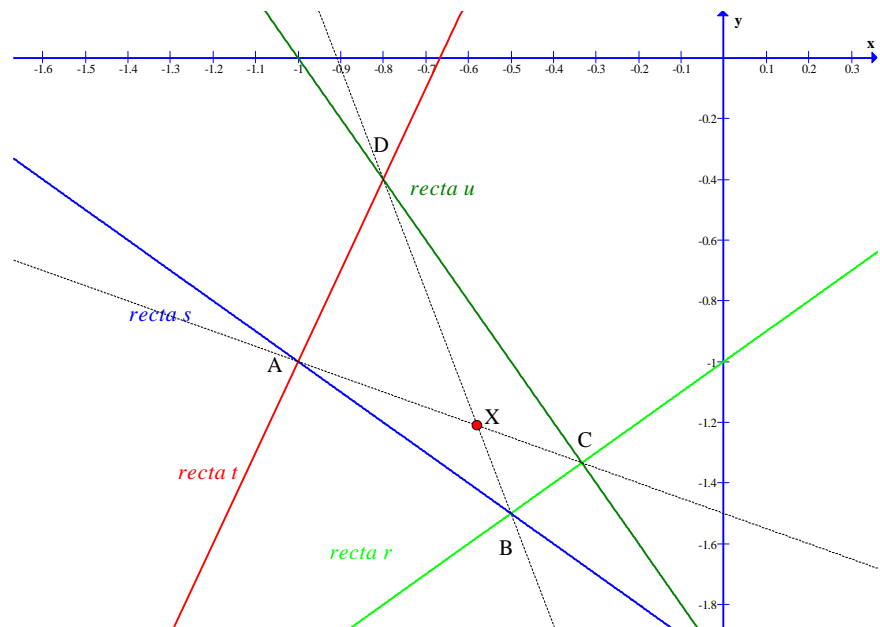
Como el problema me pide calcular el punto de intersección de las dos diagonales, deberemos resolver el sistema formado por las rectas que acabamos de hallar:

$$\begin{cases} y = -\frac{11x+10}{3} \\ y = -\frac{3+x}{2} \end{cases} \rightarrow -\frac{11x+10}{3} = -\frac{3+x}{2} \rightarrow 22x+20=9+3x \rightarrow 19x=-11 \rightarrow x = \frac{-11}{19}$$

y sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones hallamos el valor de  $y = \frac{-23}{19}$ . El punto

pedido es el

$$X\left(\frac{-11}{19}, \frac{-23}{19}\right)$$



Inicio del problema