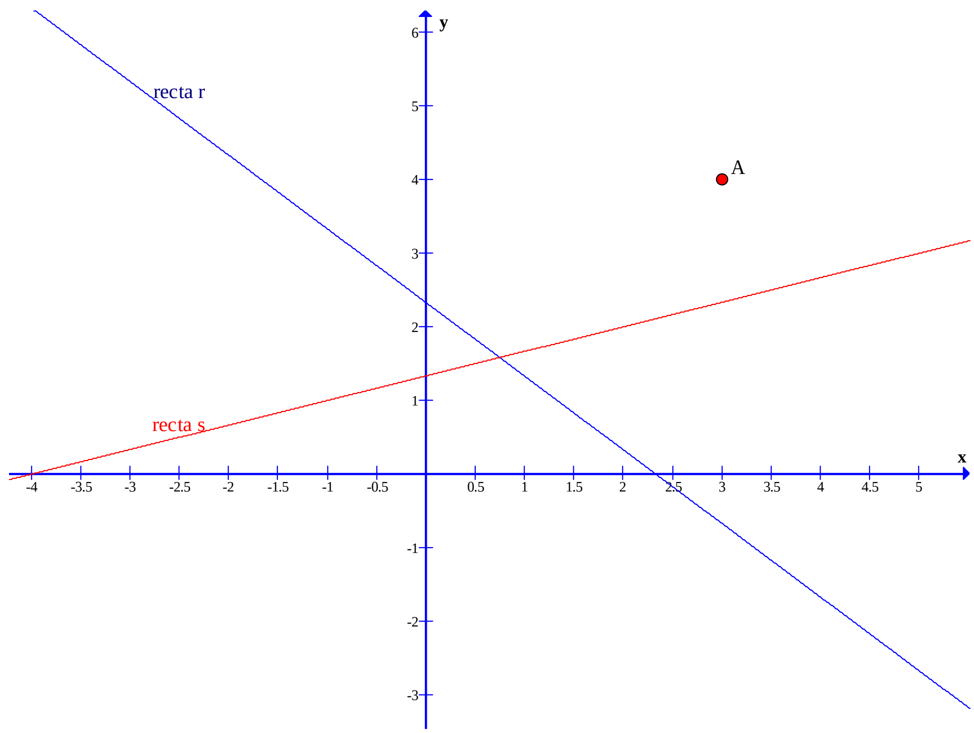
Un paralelogramo tiene un vértice en el punto A(3,4) y dos de sus lados son las rectas $3x+3y=7$ y $3y-x=4$. Calcula:

- Las ecuaciones de los otros dos lados
- Las coordenadas de los otros tres vértices.



Una vez representada la situación que nos presenta el problema, diseñamos la estrategia para resolverlo:

1º) Calcularemos las rectas paralelas a las dadas y que pasan por el punto A(3,4)

2º) Buscaremos las intersecciones de dichas rectas con las que ya tenemos y así calcularemos 2 vértices más.

3º) Por último hallaremos la intersección de las dos rectas dadas para calcular el 4º vértice.

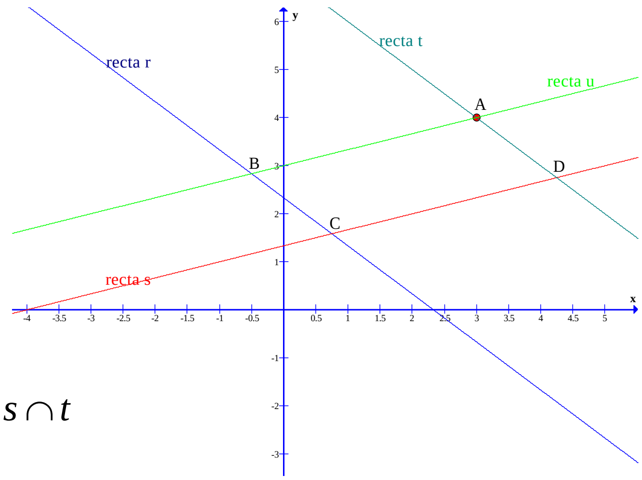
1º.- Recta paralela a r y que pasa por el punto A(3,4). La pendiente de la recta r es $m_r=-1$ (recuerda que es el coeficiente de la x una vez despejada la y). Aplicando la ecuación de la recta en forma *punto-pendiente*: $y-4=-1(x-3) \Leftrightarrow y-4=-x+3 \Leftrightarrow x+y=7$, que llamaremos recta t

De la misma forma, $m_s = \frac{1}{3}$ y, aplicando la misma ecuación de la recta:

$$y - 4 = \frac{1}{3}(x-3) \quad \Leftrightarrow \quad 3y - x = 9,$$

que llamaremos recta u

En la imagen de la derecha aparece la situación que tenemos en este momento.



2º.- Intersecciones de la rectas:

$$B = r \cap u \qquad C = r \cap s \qquad D = s \cap t$$

Calcular la intersección de las rectas anteriores es resolver los sistemas de ecuaciones formados por ellas, así:

$$B = r \cap u \rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 7 \\ -x + 3y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 7 \\ x - 3y = -9 \end{cases}$$ sumando ambas ecuaciones

$4x = -2 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-1}{2}$. Sustituyendo en la 2ª ecuación: $y = \frac{17}{6}$, luego $B\left(\frac{-1}{2}, \frac{17}{6}\right)$

$C = r \cap s \rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 7 \\ -x + 3y = 4 \end{cases} \rightarrow$ restando ambas ecuaciones: $4x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$.

Sustituyendo, por ejemplo, en la 2ª ecuación: $\frac{-3}{4} + 3y = 4 \Leftrightarrow 3y = 4 + \frac{3}{4} \Leftrightarrow y = \frac{19}{12}$,

de esa manera el punto buscado es $C\left(\frac{3}{4}, \frac{19}{12}\right)$.

Por último $D = s \cap t \rightarrow \begin{cases} -x + 3y = 4 \\ x + y = 7 \end{cases} \rightarrow$ Sumando ambas ecuaciones:

$4y = 11 \Leftrightarrow y = \frac{11}{4}$. Sustituyendo en la 2ª ecuación

$x + \frac{11}{4} = 7 \Leftrightarrow x = 7 - \frac{11}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{4}$ y el punto buscado es $D\left(\frac{17}{4}, \frac{11}{4}\right)$.

Inicio del problema