De la función $y = x^2 - ax + b$ *sabemos que presenta un mínimo en el punto de abcisa 2 y que pasa por el punto* $P(4,4)$. *Averiguar los valores de* a *y* b. *Calcular también la ecuación de la recta tangente a la función en el punto P.*

Resolución:

Podemos plantear dos formas diferentes de hacer el problema.

Como la función dada es un polinomio de grado 2, se trata de una parábola cuyas ramas van hacia arriba (coeficiente de la x^2 positivo), luego el mínimo se presentará en el vértice de la parábola. Como sabemos que la coordenada x del vértice de una parábola de la forma $y = px^2 + qx + z$ es $x_v = \frac{-q}{2p}$, simplemente sustituyo los valores para hallar que $2 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 4$

La segunda forma consiste en derivar la función dada y aplicar que para que el punto dado sea un extremo (mínimo), la 1ª derivada deberá ser 0.

$$y' = 2x - a \rightarrow \quad y'(2) = 0 \rightarrow 4 - a = 0 \Leftrightarrow a = 4$$

De cualquiera de las dos formas tenemos ya el valor de a. Para calcular el de b, aplicaré el segundo dato que me da el problema y es que la función pasa por el punto $P(4,4)$ y por tanto sustituyendo estas coordenadas en la función:

$4 = 4^2 - 4 \cdot 4 + b \rightarrow b = 4$ y así la función pedida es $y = x^2 - 4x + 4$

Para calcular la ecuación de la recta tangente a la función en el punto *P*, aplicaremos la definición de derivada de una función en un punto. La derivada de una función en un punto es la pendiente de la recta tangente a la función en dicho punto, y así $y' = 2x - 4 \rightarrow y'(4) = 8 - 4 = 4$, que es la pendiente de la recta buscada. Como sabemos que la recta pasa por el punto $P(4,4)$, planteamos la ecuación de la recta en forma punto pendiente: $y - 4 = 4(x - 4)$ o lo que es lo mismo

$4x - 12 = y$