

Ejercicio 02

La siguiente tabla muestra las alturas y los pesos de 5 personas elegidas al azar en una clase de bachillerato

| | | | | | | |
|---|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| x | Altura (cm.) | 166 | 172 | 160 | 171 | 176 |
| y | Peso (Kg.) | 58 | 80 | 55 | 73 | 73 |

Se pide:

- Calcular la media de cada distribución.
- Calcular la recta de regresión de y sobre x.
- Hallar el peso estimado de un individuo que mida 180 cm.

Calculamos las medias de las dos variables:

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^5 x_i}{n} = \frac{166 + 172 + 160 + 171 + 176}{5} = \frac{845}{5} = 169$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_1^5 y_i}{n} = \frac{58 + 80 + 55 + 73 + 73}{5} = \frac{339}{5} = 67,8$$

Construimos la tabla que nos va a permitir calcular los elementos pedidos:

| x_i | y_i | $(x_i - \bar{x})$ | $(y_i - \bar{y})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(y_i - \bar{y})^2$ |
|-------|-------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| 166 | 58 | -3 | -9,8 | 9 | 96,04 |
| 172 | 80 | 3 | 12,2 | 9 | 148,84 |
| 160 | 55 | -9 | -12,8 | 81 | 163,84 |
| 171 | 73 | 2 | 5,2 | 4 | 27,04 |
| 176 | 73 | 7 | 5,2 | 49 | 27,04 |
| Suma | | | | 152 | 462,8 |

La recta de regresión es de la forma $y = ax + b$, siendo $a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$ y $b = \bar{y} - a\bar{x}$

Calculamos la desviación típica marginal de la distribución x:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_1^5 (x_i - \bar{x})^2}{5}} = \sqrt{\frac{152}{5}} = \sqrt{30,4} = 5,514$$

σ_{xy} es el momento producto. Calculamos este valor utilizando los resultados de nuestra tabla:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_1^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{5} = \frac{29,4 + 36,6 + 115,2 + 10,4 + 36,4}{5} = \frac{228}{5} = 45,6.$$

$$a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{45,6}{30,4} = 1,5 \text{ y con este valor calculamos } b = \bar{y} - a\bar{x} = 67,8 - 1,5 \cdot 169$$

$b = -185,70$. La recta de regresión tiene la expresión $y = 1,5x - 185,7$

El peso estimado para una persona que mida 180 cm. será el resultado de sustituir la x por 180 en la recta de regresión:

$$y = 1,5 \cdot 180 - 185,7 = 84,300 \text{ Kg.}$$