

Ejercicio 3

Calcula la derivada de las siguientes funciones

$$a) y = x^4 + x^2 + x + 3 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$b) y = (x^3 + 2)^5 + (x^2 - 2)^{-5} + (x + 5)^{-3}$$

Resolución

a) Se trata de una función que es la suma de varias potenciales, unas de exponente positivo y otras de exponente negativo. Aplicaremos la fórmula

$x^a \quad a \in \mathfrak{R}$	ax^{a-1}
--------------------------------	------------

ya que sólo aparece la “x” en las bases

$$y' = (x^4)' + (x^2)' + (x)' + (3)' + \left(\frac{2}{x}\right)' - \left(\frac{1}{x^2}\right)' =$$

$$(x^4)' + (x^2)' + (x)' + (3)' + (2x^{-1})' - (x^{-2})'$$

(Derivada de la suma es la suma de las derivadas)

$$y' = 4x^{4-1} + 2x^{2-1} + x^{1-1} + 0 + 2(-1)x^{(-1-1)} - (-2)x^{(-2-1)} =$$

$$4x^3 + 2x + 1 - 2x^{-2} + 2x^{-3}$$

b) Es una función del mismo tipo que la anterior, pero en este caso la base ya no es sólo la “x”, sino que es a su vez otra función. La fórmula que emplearemos será

$(f(x))^n \quad n \in \mathfrak{R}$	$n(f(x))^{n-1} f'(x)$
-------------------------------------	-----------------------

$$y' = 5(x^3 + 2)^{(5-1)}(x^3 + 2)' + (-5)(x^2 - 2)^{(-5-1)}(x^2 - 2)' + (-3)(x + 5)^{(-3-1)}(x + 5)'$$

(Derivada de la suma es la suma de las derivadas)

$$y' = 5(x^3 + 2)^4(3x^2) - 5(x^2 - 2)^{-6}(2x) - 3(x + 5)^{-4}$$

Agrupando

$$y' = 15x^2(x^3 + 2)^4 - 10x(x^2 - 2)^{-6} - 3(x + 5)^{-4}$$

O bien, si queremos dejarlo con el mismo formato que en el enunciado

$$y' = 15x^2(x^3 + 2)^4 - \frac{10x}{(x^2 - 2)^6} - \frac{3}{(x + 5)^4}$$