INTEGRACIÓN POR CAMBIO DE VARIABLE (II)

1. $\int \frac{x^2}{1+(x^3+3)^2} dx$ Hacemos el cambio de variable $x^3+3=t$, con lo que $3x^2\,dx=dt$

$$\int \frac{x^2}{1+(x^3+3)^2} dx = \int \frac{dt/3}{1+(t)^2} = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{3} arctg\ t + K = \frac{1}{3} arc\ tg\ (x^3+3) + K$$

2. $\int e^{-5x} dx$ Hacemos el cambio de variable $-5x=t$, con lo que $-5dx=dt$

$$\int e^{-5x} dx = \int e^t \frac{dt}{-5} = \frac{-1}{5}\int e^t dt = \frac{-1}{5} e^t + K = \frac{-1}{5} e^{-5x} + K$$

3. $\int \frac{7}{sen^2 6x} dx$ Haremos el cambio de variable $6x=t$, con lo que $6\,dx=dt$

$$\int \frac{7}{sen^2 6x} dx = 7\int \frac{dx}{sen^2 6x} = 7\int \frac{dt/6}{sen^2 t} = \frac{7}{6}\int \frac{dt}{sen^2 t} = \frac{7}{6}(-cotg\ t) + K = \frac{-7}{6} cotg\ 6x + K$$

4. $\int x\sqrt{1+2x^2}\, dx$ Hacemos el cambio $1+2x^2=t \ \Rightarrow\ 4xdx=dt$

$$\int x\sqrt{1+2x^2}\, dx = \int \sqrt{t}\frac{dt}{4} = \frac{1}{4}\int \sqrt{t}dt = \frac{1}{4}\int t^{1/2}dt = \frac{1}{4}\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + K = \frac{1}{4}\frac{t^{3/2}}{3/2}$$

$$= \frac{1}{6}\sqrt{(1+2x^2)^3} + K = \frac{1+2x^2}{6}\sqrt{1+2x^2} + K$$

5. $\int x\, a^{x^2} dx$. Planteamos el cambio de variable $x^2=t \ \Rightarrow\ 2xdx=dt$

$$\int x\, a^{x^2} dx = \int a^t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\int a^t dt = \frac{1}{2}\frac{a^t}{\ln a} + K = \frac{1}{2 ln a} a^{x^2} + K,$$ siempre que $a>0$ y $a\neq 1$

6. $\int (e^x+2)^4 e^x\, dx$ Hacemos el cambio de variable $e^x+2=t \ \Rightarrow\ e^x dx = dt$

$$\int (e^x+2)^4 e^x\, dx = \int t^4 dt = \frac{t^5}{5} + K = \frac{1}{5}(e^x+2)^5 + K$$

7. $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-(x^3-1)^2}} dx$ Vamos a hacer el cambio $(x^3-1)=t \ \Rightarrow\ 3x^2\,dx=dt$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-(x^3-1)^2}} dx = \int \frac{dt/3}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1}{3} arc\ sen\ t + K = \frac{1}{3} arc\ sen\ (x^3-1) + K$$

8. $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$ Trabajamos con el cambio: $x^2=t \ \Rightarrow\ 2xdx=dt$ y así

$$\int \frac{2x}{1+x^4} dx = \int \frac{dt}{1+t^2} = arc\ tg\ t + K = arctg\ x^2 + K$$