OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

Una *fracción* o *número racional* es una expresión del tipo $\frac{a}{b}$, donde *a* y *b* son números enteros y $b \neq 0$.

Ejemplos de fracciones son $\frac{3}{5}, \frac{-4}{3}, \frac{7}{4}$.

El resultado del cociente de numerador y denominador se llama "expresión decimal" de la fracción y puede ser un número entero o un número decimal (exacto o periódico).

Dos fracciones se dicen equivalentes cuando el producto de medios es igual al producto de extremos, es decir,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ cuando $a \cdot d = b \cdot c$.

Así por ejemplo las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{9}{15}$ son equivalentes porque $3 \cdot 15 = 5 \cdot 9$

Reducción a común denominador: Se utiliza para sumar o restar fracciones. Para reducir dos o más fracciones a común denominador, procederemos de la siguiente forma:

1º.- Calculamos el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores, que será el denominador común.

2º.- Para que las fracciones sean equivalentes, vamos calculando el valor de los numeradores. Para ello, dividimos el común denominador entre cada uno de los denominadores de las fracciones del principio y el resultado lo multiplicamos por el numerador.

Por ejemplo: Reducir a común denominador las fracciones $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}$ y $\frac{5}{6}$.

El m.c.m. de los denominadores es 30, luego el denominador común será 30. A continuación dividimos este número por cada uno de los denominadores y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente, con lo que nos quedan las siguientes fracciones equivalentes, todas con el mismo denominador:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{20}{30} \qquad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{18}{30} \qquad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{25}{30}$$

Suma y Resta

La *suma o resta* de dos o más fracciones con el mismo denominador es la fracción que tiene el mismo denominador y como numerador la suma o resta de los numeradores.

Por ejemplo:

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+1+3}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{2}{15} + \frac{7}{15} - \frac{5}{15} = \frac{2+7-5}{15} = \frac{4}{15}$$

Cuando las fracciones tienen denominador distinto, las reducimos primero a común denominador (utilizando el mínimo común múltiplo) y luego sumamos o restamos (en el caso de la resta, recuerda que un signo "menos" delante de un paréntesis, afecta a todo lo que hay dentro de él).

Por ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}-\frac{5}{6}=\frac{20}{30}+\frac{6}{30}-\frac{25}{30}=\frac{20+6-25}{30}=\frac{1}{30}$$

$$\frac{3}{7}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{15}\right)=\frac{3}{7}-\frac{2}{3}+\frac{1}{15}=\frac{45-70+7}{105}=\frac{-18}{105}$$

Multiplicación

El producto de dos o más fracciones es la fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

Por ejemplo: $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}=\frac{6}{28}$ y, en general, $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

División

Para dividir dos fracciones, multiplicamos la primera por la inversa de la segunda.

Por ejemplo: $\frac{3}{4}:\frac{2}{7}=\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{2}=\frac{21}{8}$ y, en general, $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$

Números decimales

Ya hemos dicho al principio que cuando calculamos el cociente de una fracción, el resultado puede ser un número decimal exacto (con un número finito de cifras decimales) o periódico (puro o mixto).

Un número decimal periódico puro es aquel que tiene infinitas cifras decimales que se van repitiendo. Al grupo de cifras que se repiten se le llama *periodo*.

Un número decimal periódico mixto es aquel que tiene infinitas cifras decimales, alguna de las cuales se repite (no todas). Al grupo de cifras decimales que no se repite se le llama "parte no periódica" o "anteperiodo" y está situado delante del periodo.

Fracción generatriz de los números periódicos

Para calcular la fracción que da lugar a los números periódicos (generatriz), procederemos de dos formas, según sean puros o mixtos:

a) *Puros:* El numerador de la fracción es el resultado de restar todo el número incluido e periodo, menor la parte no periódica y el denominador es un número que tiene tantos nueves como cifras tenga el periodo.

Por ejemplo: *Calcular la fracción generatriz del número* $3,\widehat{27}$

Aplicando lo dicho en el aptdo. 1, la fracción será: $\frac{327-3}{99}=\frac{324}{99}$

Otra forma de hacerlo, sin tener que aprenderlo de memoria es la siguiente:

Llamamos x a la fracción que andamos buscando, $x=3,\widehat{27}$. Como el periodo tiene 2 cifras decimales, multiplicamos por 100, $100x=327,\widehat{27}$. Una vez hecho esto, restamos ambas expresiones, así $100x-x=327,\widehat{27}-3,\widehat{27}$. Como ambas cifras tienen exactamente el mismo periodo, se anulan y queda lo siguiente: $99x=324$, con lo que podemos despejar $x=\frac{324}{99}$.

Si el periodo hubiese tenido 3 cifras, habríamos multiplicado por 1000….

b) *Mixtos:* El numerador de la fracción es el resultado de restar todo el número incluidas la parte periódica y no periódica menos el número y la parte no periódica y el denominador está compuesto por tantos 9 como cifras tenga la parte decimal periódica y tantos ceros como cifras tenga la parte decimal no periódica.

Por ejemplo: Calcula la fracción generatriz del número $1{,}032\widehat{56}$. En este caso, la parte decimal no periódica tiene 3 cifras y la parte periódica 2. $1{,}032\widehat{56}=\frac{103256-1032}{99000}=\frac{102224}{99000}$

Como en el caso anterior, también se puede hacer de la siguiente forma. Multiplicamos el número que nos dan por la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal no periódica (se trata de "dejar sólo el periodo), con lo que tendríamos $1000x=1032,\widehat{56}$. Ahora estaríamos en el mismo caso que en el apartado a), con lo que multiplicaríamos el número que acabamos de obtener por 100, ya que la parte periódica tiene 2 cifras y así $100000x=103256,\widehat{56}$. Restamos, con lo que los periodos se anulan y tendría: $100000x-1000x=102224$, y despejando la $x=\frac{102224}{99000}$